

**Теорема 6.** *Нормализация невырожденного абсолюта  $Q_{n-1}^2$  проективно-метрического пространства  $K_n$  полями гармонических прямых и гиперпрямых сопряженной сети  $\Sigma_{n-1} \subset Q_{n-1}^2$  может быть гармонической ( $q_{[st]}^0 = 0$ ) и сопряженной ( $q_{n[st]}^l = 0$ ) лишь одновременно; в случае ее гармоничности (или сопряженности) аффинная связность  $\nabla$ , индуцируемая этой нормализацией, является римановой с полем метрического тензора  $g_{ik}$ .*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Базылев В. В. *О сетях на многомерных поверхностях проективного пространства* // Изв. вузов. Матем. – 1966. – № 2. – С. 9-19.
2. Норден А. П. *Пространства аффинной связности*. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
3. Столяров А. В. *Двойственная теория оснащенных многообразий*. – Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ин-т, 1994. – 290 с.

**Н. Н. Корнеева**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
Natalia.Korneeva@ksu.ru*

## АВТОМАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И МОНАДИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ $f$ -ПОЛНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

В работе [1] для изучения структуры степеней конечно-автоматных преобразований было введено понятие полной последовательности. В дальнейшем степени автоматных преобразований полных последовательностей изучались в работах

[2] — [4]. В данной работе вводится некоторое уточнение данного понятия (а именно,  $f$ -полные последовательности) и изучаются свойства этих последовательностей.

**Определение 1.** Пусть  $f$  — одноместная функция, определенная на множестве натуральных чисел, с натуральными значениями. Последовательность  $x$  символов из алфавита  $\Sigma$  называется *полной* ( $f$ -полной), если для любого натурального  $k$  каждый блок длины  $k$  из символов алфавита  $\Sigma$  встречается в последовательности  $x$  (встречается в последовательности  $x$  на начальном отрезке длины  $f(k)$ ).

**Определение 2** [1]. Пусть  $x$  и  $y$  — бесконечные последовательности над некоторыми конечными алфавитами (каждая над своим). Последовательность  $y$  сводится к последовательности  $x$ , если существует конечный инициальный автомат Мили  $(T, s)$ , такой, что  $\omega_T(s, x) = y$ .

Здесь под конечным инициальным автоматом Мили понимается набор

$$T = (S, \Sigma, \Sigma', \delta, \omega, s_0),$$

где  $S, \Sigma, \Sigma'$  — конечные множества состояний, входных и выходных символов соответственно;  $\delta : S \times \Sigma \longrightarrow S$  — функция переходов;  $\omega : S \times \Sigma \longrightarrow \Sigma'$  — функция выходов,  $s_0$  — выделенное начальное состояние.

Отношение сводимости из определения 2 индуцирует отношение эквивалентности на множестве бесконечных последовательностей. Класс эквивалентности последовательности  $x$  называется степенью автоматных преобразований и обозначается через  $[x]$ .

**Определение 3** [2]. Конечный сильносвязный автомат Мили  $T = (S, \Sigma, \Sigma', \delta, \omega)$  называется полным, если для любого натурального  $k$  и любого  $k$ -блока  $B \in \Sigma^*$  существуют состояние  $s \in S$  и  $k$ -блок  $A \in \Sigma^*$ , такие, что  $\omega(s, A) = B$ .

**Теорема 1.** Пусть  $T = (S, \Sigma, \Sigma', \delta, \omega)$  — (сильносвязный) полный автомат с  $n$  состояниями,  $x$  —  $f(k)$ -полная последовательность. Тогда  $\omega(s_0, x)$  —  $f((k+n-1)^n)$ -полная последовательность.

**Определение 4.** Вычислимую последовательность  $x$  назовем эффективно полной, если  $x$  является  $f$ -полной для некоторой вычислимой функции  $f$ .

**Следствие 1.** Пусть  $T = (S, \Sigma, \Sigma', \delta, \omega)$  — (сильносвязный) полный автомат,  $x$  — эффективно полная последовательность. Тогда  $\omega(s_0, x)$  — также эффективно полная последовательность.

Основным результатом данной работы является

**Теорема 2.** Монадическая теория  $MT\langle N, <, x \rangle$  полной последовательности  $x$  разрешима тогда и только тогда, когда  $x$  — эффективно полная последовательность.

Под монадической теорией понимается теория первого порядка, в которой кроме переменных по натуральным числам разрешены также переменные по множествам натуральных чисел и кванторы по этим переменным (см., например, [5]). Теория называется разрешимой, если существует алгоритм, который по любой замкнутой формуле определяет ее истинность [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00399-а).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Рейна Г. *Степени автоматных преобразований* // Кибернетический сборник. – 1977. – № 14. – С. 95-106.
2. Gordon H. G. *Complete degrees of finite-state transformability* // Information and Control. – 1976. – V. 32. – P. 169-187.
3. Gordon H. G. *An isomorphism of complete degrees of finite-state transformability* // Information and Control. – 1979. – V. 40. – P. 192-204.
4. Байрашева В. Р. *Степени автоматных преобразований* // Вероятностные методы и кибернетика. – 1982. – № 18. – С. 17-25.
5. Мучник А. А., Притыкин Ю. Л., Семенов А. Л. *Последовательности, близкие к периодическим* // Успехи мат. наук. – 2009. – Т. 64. – № 5 (389). – С. 21-96.

Корниенко Л.В.

Отдел математики Коми НЦ УрО РАН

LKoreshok@ya.ru

**ЭФФЕКТИВНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ  
ЗАМКНУТЫХ ОДНОСВЯЗНЫХ ШЕСТИМЕРНЫХ  
ГЛАДКИХ МНОГООБРАЗИЙ С  $H_2(M) \approx \mathbb{Z}_q \oplus \mathbb{Z}_q$   
И ПРОСТЫМ  $q$ . СЛУЧАЙ  $q \equiv 1 \pmod{3}$**

Рассмотрим замкнутые односвязные ориентируемые гладкие шестимерные многообразия  $M$  с  $H_2(M) \approx \mathbb{Z}_q^n$ , где  $q$  — простое число и  $q > 3$ . Пару  $(M, \varphi)$ , где  $\varphi : H_2(M) \rightarrow \mathbb{Z}_q^n$  — некоторый изоморфизм, будем называть многообразием с фиксированным базисом в гомологиях. Обозначим через  $\mathcal{M}(\mathbb{Z}_q^n)$  множество классов ориентированно диффеоморфных